

МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ
«СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА № 52
С УГЛУБЛЕННЫМ ИЗУЧЕНИЕМ ОТДЕЛЬНЫХ ПРЕДМЕТОВ»

Согласовано
на заседании
ШМО
протокол № 1
от «30» августа 2024 г.

Утверждено
Руководитель ОУ
_____ Т.И. Попова
приказ №209
от «30» августа 2024 г.

Рабочая программа

Геометрия

(углубленный уровень) для 10-11 классов

на 2024 – 2025 учебный год

Составитель: Прозорова О.Н.

г. Ижевск

ГЕОМЕТРИЯ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа учебного курса «Геометрия» углубленного уровня для обучающихся 10 –11 классов разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, с учётом современных мировых требований, предъявляемых к математическому образованию, и традиций российского образования. Реализация программы обеспечивает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для саморазвития и непрерывного образования, целостность общекультурного, личностного и познавательного развития личности обучающихся.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Геометрия является одним из базовых курсов на уровне среднего общего образования, так как обеспечивает возможность изучения дисциплин естественно-научной направленности и предметов гуманитарного цикла. Поскольку логическое мышление, формируемое при изучении обучающимися понятийных основ геометрии, при доказательстве теорем и построении цепочки логических утверждений при решении геометрических задач, умение выдвигать и опровергать гипотезы непосредственно используются при решении задач естественно-научного цикла, в частности физических задач.

Цель освоения программы учебного курса «Геометрия» на углублённом уровне – развитие индивидуальных способностей обучающихся при изучении геометрии, как составляющей предметной области «Математика и информатика» через обеспечение возможности приобретения и использования более глубоких геометрических знаний и действий, специфичных геометрии, и необходимых для успешного профессионального образования, связанного с использованием математики.

Приоритетными задачами курса геометрии на углублённом уровне, расширяющими и усиливающими курс базового уровня, являются:

расширение представления о геометрии как части мировой культуры и формирование осознания взаимосвязи геометрии с окружающим миром;

формирование представления о пространственных фигурах как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные явления окружающего мира, знание понятийного аппарата по разделу «Стереометрия» учебного курса геометрии;

формирование умения владеть основными понятиями о пространственных фигурах и их основными свойствами, знание теорем,

формул и умение их применять, умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

формирование умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире многогранники и тела вращения, конструировать геометрические модели;

формирование понимания возможности аксиоматического построения математических теорий, формирование понимания роли аксиоматики при проведении рассуждений;

формирование умения владеть методами доказательств и алгоритмов решения, умения их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения стереометрических задач и задач с практическим содержанием, формирование представления о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

развитие и совершенствование интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению геометрии;

формирование функциональной грамотности, релевантной геометрии: умения распознавать проявления геометрических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, моделирования реальных ситуаций, исследования построенных моделей, интерпретации полученных результатов.

Основными содержательными линиями учебного курса «Геометрия» в 10–11 классах являются: «Прямые и плоскости в пространстве», «Многогранники», «Тела вращения», «Векторы и координаты в пространстве», «Движения в пространстве».

Сформулированное во ФГОС СОО требование «уметь оперировать понятиями», релевантными геометрии на углублённом уровне обучения в 10–11 классах, относится ко всем содержательным линиям учебного курса, а формирование логических умений распределяется не только по содержательным линиям, но и по годам обучения. Содержание образования, соответствующее предметным результатам освоения Федеральной рабочей программы, распределённым по годам обучения, структурировано таким образом, чтобы ко всем основным, принципиальным вопросам обучающиеся обращались неоднократно. Это позволяет организовать овладение геометрическими понятиями и навыками последовательно и поступательно, с соблюдением принципа преемственности, а новые знания включать в общую

систему геометрических представлений обучающихся, расширяя и углубляя её, образуя прочные множественные связи.

Переход к изучению геометрии на углублённом уровне позволяет:

создать условия для дифференциации обучения, построения индивидуальных образовательных программ, обеспечить углублённое изучение геометрии как составляющей учебного предмета «Математика»;

подготовить обучающихся к продолжению изучения математики с учётом выбора будущей профессии, обеспечивая преемственность между общим и профессиональным образованием.

МЕСТО УЧЕБНОГО КУРСА В УЧЕБНОМ ПЛАНЕ

На изучение учебного курса «Геометрия» на углублённом уровне отводится 204 часа: в 10 классе – 102 часа (3 часа в неделю), в 11 классе – 102 часа (3 часа в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

10 КЛАСС

Прямые и плоскости в пространстве

Основные понятия стереометрии. Точка, прямая, плоскость, пространство. Понятие об аксиоматическом построении стереометрии: аксиомы стереометрии и следствия из них.

Взаимное расположение прямых в пространстве: пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых. Параллельность прямых и плоскостей в пространстве: параллельные прямые в пространстве, параллельность трёх прямых, параллельность прямой и плоскости. Параллельное и центральное проектирование, изображение фигур. Основные свойства параллельного проектирования. Изображение фигур в параллельной проекции. Углы с сонаправленными сторонами, угол между прямыми в пространстве. Параллельность плоскостей: параллельные плоскости, свойства параллельных плоскостей. Простейшие пространственные фигуры на плоскости: тетраэдр, параллелепипед, построение сечений.

Перпендикулярность прямой и плоскости: перпендикулярные прямые в пространстве, прямые параллельные и перпендикулярные к плоскости, признак перпендикулярности прямой и плоскости, теорема о прямой

перпендикулярной плоскости. Ортогональное проектирование. Перпендикуляр и наклонные: расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости, проекция фигуры на плоскость. Перпендикулярность плоскостей: признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о трёх перпендикулярах.

Углы в пространстве: угол между прямой и плоскостью, двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Трёхгранный и многогранные углы. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трёхгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла.

Многогранники

Виды многогранников, развёртка многогранника. Призма: n-угольная призма, прямая и наклонная призмы, боковая и полная поверхность призмы. Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Кратчайшие пути на поверхности многогранника. Теорема Эйлера. Пространственная теорема Пифагора. Пирамида: n-угольная пирамида, правильная и усечённая пирамиды. Свойства рёбер и боковых граней правильной пирамиды. Правильные многогранники: правильная призма и правильная пирамида, правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр, куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр.

Вычисление элементов многогранников: рёбра, диагонали, углы. Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади усечённой пирамиды.

Симметрия в пространстве. Элементы симметрии правильных многогранников. Симметрия в правильном многограннике: симметрия параллелепипеда, симметрия правильных призм, симметрия правильной пирамиды.

Векторы и координаты в пространстве

Понятия: вектор в пространстве, нулевой вектор, длина ненулевого вектора, векторы коллинеарные, сонаправленные и противоположно направленные векторы. Равенство векторов. Действия с векторами: сложение и вычитание векторов, сумма нескольких векторов, умножение вектора на число. Свойства сложения векторов. Свойства умножения вектора на число. Понятие компланарные векторы. Признак компланарности трёх векторов. Правило параллелепипеда. Теорема о разложении вектора по трём некомпланарным векторам. Прямоугольная система координат в

пространстве. Координаты вектора. Связь между координатами вектора и координатами точек. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов.

11 КЛАСС

Тела вращения

Понятия: цилиндрическая поверхность, коническая поверхность, сферическая поверхность, образующие поверхностей. Тела вращения: цилиндр, конус, усечённый конус, сфера, шар. Взаимное расположение сферы и плоскости, касательная плоскость к сфере. Изображение тел вращения на плоскости. Развёртка цилиндра и конуса. Симметрия сферы и шара.

Объём. Основные свойства объёмов тел. Теорема об объёме прямоугольного параллелепипеда и следствия из неё. Объём прямой и наклонной призмы, цилиндра, пирамиды и конуса. Объём шара и шарового сегмента.

Комбинации тел вращения и многогранников. Призма, вписанная в цилиндр, описанная около цилиндра. Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Понятие многогранника, описанного около сферы, сферы, вписанной в многогранник или тело вращения.

Площадь поверхности цилиндра, конуса, площадь сферы и её частей. Подобие в пространстве. Отношение объёмов, площадей поверхностей подобных фигур. Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Построение сечений многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельные основанию и проходящие через вершину), сечения шара, методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

Векторы и координаты в пространстве

Векторы в пространстве. Операции над векторами. Векторное умножение векторов. Свойства векторного умножения. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Разложение вектора по базису. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач.

Движения в пространстве

Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос,

центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой.
Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА «ГЕОМЕТРИЯ» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ) НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) гражданское воспитание:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотическое воспитание:

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственное воспитание:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетическое воспитание:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физическое воспитание:

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

6) трудовое воспитание:

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и

самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологическое воспитание:

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

8) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Общение:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу **10 класса** обучающийся научится:

- свободно оперировать основными понятиями стереометрии при решении задач и проведении математических рассуждений;
- применять аксиомы стереометрии и следствия из них при решении геометрических задач;
- классифицировать взаимное расположение прямых в пространстве, плоскостей в пространстве, прямых и плоскостей в пространстве;
- свободно оперировать понятиями, связанными с углами в пространстве: между прямыми в пространстве, между прямой и плоскостью;
- свободно оперировать понятиями, связанными с многогранниками;
- свободно распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб);

- классифицировать многогранники, выбирая основания для классификации;
- свободно оперировать понятиями, связанными с сечением многогранников плоскостью;
- выполнять параллельное, центральное и ортогональное проектирование фигур на плоскость, выполнять изображения фигур на плоскости;
- строить сечения многогранников различными методами, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу;
- вычислять площади поверхностей многогранников (призма, пирамида), геометрических тел с применением формул;
- свободно оперировать понятиями: симметрия в пространстве, центр, ось и плоскость симметрии, центр, ось и плоскость симметрии фигуры;
- свободно оперировать понятиями, соответствующими векторам и координатам в пространстве;
- выполнять действия над векторами;
- решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин, применяя известные методы при решении математических задач повышенного и высокого уровня сложности;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;
- извлекать, преобразовывать и интерпретировать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
- применять полученные знания на практике: сравнивать и анализировать реальные ситуации, применять изученные понятия в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;
- иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

К концу **11 класса** обучающийся научится:

- свободно оперировать понятиями, связанными с цилиндрической, конической и сферической поверхностями, объяснять способы получения;
- оперировать понятиями, связанными с телами вращения: цилиндром, конусом, сферой и шаром;
- распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар) и объяснять способы получения тел вращения;
- классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости;

- вычислять величины элементов многогранников и тел вращения, объёмы и площади поверхностей многогранников и тел вращения, геометрических тел с применением формул;
- свободно оперировать понятиями, связанными с комбинациями тел вращения и многогранников: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения;
- вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел;
- изображать изучаемые фигуры, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу, строить сечения тел вращения;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
- свободно оперировать понятием вектор в пространстве;
- выполнять операции над векторами;
- задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;
- решать геометрические задачи на вычисление углов между прямыми и плоскостями, вычисление расстояний от точки до плоскости, в целом, на применение векторно-координатного метода при решении;
- свободно оперировать понятиями, связанными с движением в пространстве, знать свойства движений;
- выполнять изображения многогранников и тел вращения при параллельном переносе, центральной симметрии, зеркальной симметрии, при повороте вокруг прямой, преобразования подобия;
- строить сечения многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельные основанию и проходящие через вершину), сечения шара;
- использовать методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости;
- доказывать геометрические утверждения;
- применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной и неявной форме;
- решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин;
- применять программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;

-применять полученные знания на практике: сравнивать, анализировать и оценивать реальные ситуации, применять изученные понятия, теоремы, свойства в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;

-иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

**ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
10 КЛАСС**

| № п/п | Наименование разделов и тем программы | Количество часов | | | Электронные (цифровые) образовательные ресурсы |
|-------------------------------------|---|------------------|------------------------|-------------------------|---|
| | | Всего | Контрольн ые работы | Практическ ие работы | |
| 1 | Введение в стереометрию | 23 | 1 | | https://resh.edu.ru/subject/17/10/ |
| 2 | Взаимное расположение прямых в пространстве | 6 | 1 | | https://resh.edu.ru/subject/17/10/ |
| 3 | Параллельность прямых и плоскостей в пространстве | 8 | | | https://resh.edu.ru/subject/17/10/ |
| 4 | Перпендикулярность прямых и плоскостей в пространстве | 25 | | | https://resh.edu.ru/subject/17/10/ |
| 5 | Углы и расстояния | 16 | 1 | | https://resh.edu.ru/subject/17/10/ |
| 6 | Многогранники | 7 | 1 | | https://resh.edu.ru/subject/17/10/ |
| 7 | Векторы в пространстве | 12 | | | https://resh.edu.ru/subject/17/10/ |
| 8 | Повторение, обобщение и систематизация знаний | 5 | 2 | | https://resh.edu.ru/subject/17/10/ |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ | | 102 | 6 | 0 | |

11 КЛАСС

| № п/п | Наименование разделов и тем программы | Количество часов | | | Электронные (цифровые) образовательные ресурсы |
|-------------------------------------|---|------------------|------------------------|-------------------------|---|
| | | Всего | Контрольн ые работы | Практическ ие работы | |
| 1 | Аналитическая геометрия | 15 | 1 | | https://resh.edu.ru/subject/17/11/ |
| 2 | Повторение, обобщение и систематизация знаний | 15 | 1 | | https://resh.edu.ru/subject/17/11/ |
| 3 | Объём многогранника | 17 | 1 | | https://resh.edu.ru/subject/17/11/ |
| 4 | Тела вращения | 24 | 1 | | https://resh.edu.ru/subject/17/11/ |
| 5 | Площади поверхности и объёмы круглых тел | 9 | 1 | | https://resh.edu.ru/subject/17/11/ |
| 6 | Движения | 5 | 1 | | https://resh.edu.ru/subject/17/11/ |
| 7 | Повторение, обобщение и систематизация знаний | 17 | 2 | | https://resh.edu.ru/subject/17/11/ |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ | | 102 | 8 | 0 | |

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
10 КЛАСС

| № п/п | Тема урока | Количество часов | |
|-------|---|------------------|--------------------|
| | | Всего | Контрольные работы |
| 1 | Основные правила изображения на рисунке плоскости, параллельных прямых (отрезков), середины отрезка | 1 | |
| 2 | Понятия стереометрии: точка, прямая, плоскость, пространство. Основные правила изображения на рисунке плоскости, параллельных прямых (отрезков), середины отрезка | 1 | |
| 3 | Понятия: пересекающиеся плоскости, пересекающиеся прямая и плоскость; полупространство | 1 | |
| 4 | Понятия: пересекающиеся плоскости, пересекающиеся прямая и плоскость; полупространство | 1 | |
| 5 | Многогранники, изображение простейших пространственных фигур, несуществующих объектов | 1 | |
| 6 | Многогранники, изображение простейших пространственных фигур, несуществующих объектов | 1 | |
| 7 | Аксиомы стереометрии и первые следствия из них | 1 | |
| 8 | Аксиомы стереометрии и первые следствия из | 1 | |

| | | | |
|----|---|---|--|
| | них | | |
| 9 | Аксиомы стереометрии и первые следствия из них. Способы задания прямых и плоскостей в пространстве. Обозначения прямых и плоскостей | 1 | |
| 10 | Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, которые проходят через их рёбра. Изображение пересечения полученных плоскостей. Раскрашивание построенных сечений разными цветами | 1 | |
| 11 | Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, которые проходят через их рёбра. Изображение пересечения полученных плоскостей. Раскрашивание построенных сечений разными цветами | 1 | |
| 12 | Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, которые проходят через их рёбра. Изображение пересечения полученных плоскостей. Раскрашивание построенных сечений разными цветами | 1 | |
| 13 | Изображение сечений пирамиды, куба и призмы, которые проходят через их рёбра. Изображение пересечения полученных плоскостей. Раскрашивание построенных сечений разными цветами | 1 | |
| 14 | Метод следов для построения сечений | 1 | |
| 15 | Метод следов для построения сечений. Свойства пересечений прямых и плоскостей | 1 | |

| | | | |
|----|--|---|---|
| 16 | Метод следов для построения сечений. Свойства пересечений прямых и плоскостей | 1 | |
| 17 | Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах. Создание выносных чертежей и запись шагов построения | 1 | |
| 18 | Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах. Создание выносных чертежей и запись шагов построения | 1 | |
| 19 | Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах. Создание выносных чертежей и запись шагов построения | 1 | |
| 20 | Построение сечений в пирамиде, кубе по трём точкам на рёбрах. Создание выносных чертежей и запись шагов построения | 1 | |
| 21 | Повторение планиметрии: Теорема о пропорциональных отрезках. Подобие треугольников | 1 | |
| 22 | Повторение планиметрии: Теорема Менелая. Расчеты в сечениях на выносных чертежах. История развития планиметрии и стереометрии | 1 | |
| 23 | Контрольная работа "Аксиомы стереометрии. Сечения" | 1 | 1 |
| 24 | Взаимное расположение прямых в пространстве. Скрещивающиеся прямые. Признаки скрещивающихся прямых. Параллельные прямые в пространстве | 1 | |
| 25 | Теорема о существовании и единственности прямой параллельной данной прямой, | 1 | |

| | | | |
|----|--|---|--|
| | проходящей через точку пространства и не лежащей на данной прямой. Лемма о пересечении параллельных прямых плоскостью | | |
| 26 | Параллельность трех прямых. Теорема о трёх параллельных прямых. Теорема о скрещивающихся прямых | 1 | |
| 27 | Параллельное проектирование. Основные свойства параллельного проектирования. Изображение разных фигур в параллельной проекции | 1 | |
| 28 | Центральная проекция. Угол с сонаправленными сторонами. Угол между прямыми | 1 | |
| 29 | Задачи на доказательство и исследование, связанные с расположением прямых в пространстве | 1 | |
| 30 | Понятия: параллельность прямой и плоскости в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Свойства параллельности прямой и плоскости | 1 | |
| 31 | Геометрические задачи на вычисление и доказательство, связанные с параллельностью прямых и плоскостей в пространстве | 1 | |
| 32 | Построение сечения, проходящего через данную прямую на чертеже и параллельного другой прямой. Расчёт отношений | 1 | |
| 33 | Параллельная проекция, применение для построения сечений куба и параллелепипеда. Свойства параллелепипеда и призмы | 1 | |

| | | | |
|----|--|---|--|
| 34 | Параллельные плоскости. Признаки параллельности двух плоскостей | 1 | |
| 35 | Теорема о параллельности и единственности плоскости, проходящей через точку, не принадлежащую данной плоскости и следствия из неё | 1 | |
| 36 | Свойства параллельных плоскостей: о параллельности прямых пересечения при пересечении двух параллельных плоскостей третьей | 1 | |
| 37 | Свойства параллельных плоскостей: об отрезках параллельных прямых, заключённых между параллельными плоскостями; о пересечении прямой с двумя параллельными плоскостями | 1 | |
| 38 | Повторение: теорема Пифагора на плоскости | 1 | |
| 39 | Повторение: тригонометрия прямоугольного треугольника | 1 | |
| 40 | Свойства куба и прямоугольного параллелепипеда | 1 | |
| 41 | Вычисление длин отрезков в кубе и прямоугольном параллелепипеде | 1 | |
| 42 | Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости | 1 | |
| 43 | Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости | 1 | |
| 44 | Теорема о существовании и единственности | 1 | |

| | | | |
|----|---|---|--|
| | прямой, проходящей через точку пространства и перпендикулярной к плоскости | | |
| 45 | Плоскости и перпендикулярные им прямые в многогранниках | 1 | |
| 46 | Плоскости и перпендикулярные им прямые в многогранниках | 1 | |
| 47 | Перпендикуляр и наклонная. Построение перпендикуляра из точки на прямую | 1 | |
| 48 | Перпендикуляр и наклонная. Построение перпендикуляра из точки на прямую | 1 | |
| 49 | Теорема о трёх перпендикулярах (прямая и обратная) | 1 | |
| 50 | Теорема о трёх перпендикулярах (прямая и обратная) | 1 | |
| 51 | Угол между скрещивающимися прямыми | 1 | |
| 52 | Поиск перпендикулярных прямых с помощью перпендикулярных плоскостей | 1 | |
| 53 | Ортогональное проектирование | 1 | |
| 54 | Построение сечений куба, призмы, правильной пирамиды с помощью ортогональной проекции | 1 | |
| 55 | Построение сечений куба, призмы, правильной пирамиды с помощью ортогональной проекции | 1 | |
| 56 | Симметрия в пространстве относительно плоскости. Плоскости симметрий в многогранниках | 1 | |
| 57 | Признак перпендикулярности прямой и плоскости как следствие симметрии | 1 | |

| | | | |
|----|--|---|---|
| 58 | Правильные многогранники. Расчёт расстояний от точки до плоскости | 1 | |
| 59 | Правильные многогранники. Расчёт расстояний от точки до плоскости | 1 | |
| 60 | Способы опустить перпендикуляры: симметрия, сдвиг точки по параллельной прямой | 1 | |
| 61 | Сдвиг по непараллельной прямой, изменение расстояний | 1 | |
| 62 | Контрольная работа "Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве" | 1 | 1 |
| 63 | Повторение: угол между прямыми на плоскости, тригонометрия в произвольном треугольнике, теорема косинусов | 1 | |
| 64 | Повторение: угол между скрещивающимися прямыми в пространстве | 1 | |
| 65 | Геометрические методы вычисления угла между прямыми в многогранниках | 1 | |
| 66 | Двугранный угол. Свойство линейных углов двугранного угла | 1 | |
| 67 | Перпендикулярные плоскости. Свойства взаимно перпендикулярных плоскостей | 1 | |
| 68 | Признак перпендикулярности плоскостей; теорема о прямой пересечения двух плоскостей перпендикулярных третьей плоскости | 1 | |
| 69 | Прямоугольный параллелепипед; куб; измерения, свойства прямоугольного параллелепипеда | 1 | |

| | | | |
|----|--|---|---|
| 70 | Теорема о диагонали прямоугольного параллелепипеда и следствие из неё | 1 | |
| 71 | Стереометрические и прикладные задачи, связанные со взаимным расположением прямых и плоскости | 1 | |
| 72 | Повторение: скрещивающиеся прямые, параллельные плоскости в стандартных многогранниках | 1 | |
| 73 | Пара параллельных плоскостей на скрещивающихся прямых, расстояние между скрещивающимися прямыми в простых ситуациях | 1 | |
| 74 | Расстояние от точки до плоскости, расстояние от прямой до плоскости | 1 | |
| 75 | Вычисление расстояний между скрещивающимися прямыми с помощью перпендикулярной плоскости | 1 | |
| 76 | Трёхгранный угол, неравенства для трёхгранных углов. Теорема Пифагора, теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла | 1 | |
| 77 | Элементы сферической геометрии: геодезические линии на Земле | 1 | |
| 78 | Контрольная работа "Углы и расстояния" | 1 | 1 |
| 79 | Систематизация знаний "Многогранник и его элементы" | 1 | |
| 80 | Пирамида. Виды пирамид. Правильная пирамида | 1 | |
| 81 | Призма. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма | 1 | |

| | | | |
|--|---|------------|----------|
| 82 | Прямой параллелепипед, прямоугольный параллелепипед, куб | 1 | |
| 83 | Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера | 1 | |
| 84 | Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера. Правильные и полуправильные многогранники | 1 | |
| 85 | Контрольная работа "Многогранники" | 1 | 1 |
| 86 | Понятие вектора на плоскости и в пространстве | 1 | |
| 87 | Сумма векторов | 1 | |
| 88 | Разность векторов | 1 | |
| 89 | Правило параллелепипеда | 1 | |
| 90 | Умножение вектора на число | 1 | |
| 91 | Разложение вектора по базису трёх векторов, не лежащих в одной плоскости | 1 | |
| 92 | Скалярное произведение | 1 | |
| 93 | Вычисление угла между векторами в пространстве | 1 | |
| 94 | Простейшие задачи с векторами | 1 | |
| 95 | Простейшие задачи с векторами | 1 | |
| 96 | Простейшие задачи с векторами | 1 | |
| 97 | Простейшие задачи с векторами | 1 | |
| 98 | Обобщение и систематизация знаний | 1 | |
| 99 | Обобщение и систематизация знаний | 1 | |
| 100 | Итоговая контрольная работа | 1 | 1 |
| 101 | Итоговая контрольная работа | 1 | 1 |
| 102 | Обобщение и систематизация знаний | 1 | |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ | | 102 | 6 |

11 КЛАСС

| № п/п | Тема урока | Количество часов | |
|-------|--|------------------|--------------------|
| | | Всего | Контрольные работы |
| 1 | Повторение темы "Координаты вектора на плоскости и в пространстве" | 1 | |
| 2 | Повторение темы "Скалярное произведение векторов" | 1 | |
| 3 | Повторение темы "Вычисление угла между векторами в пространстве" | 1 | |
| 4 | Повторение темы "Уравнение прямой, проходящей через две точки" | 1 | |
| 5 | Уравнение плоскости, нормаль, уравнение плоскости в отрезках | 1 | |
| 6 | Уравнение плоскости, нормаль, уравнение плоскости в отрезках | 1 | |
| 7 | Векторное произведение | 1 | |
| 8 | Линейные неравенства, линейное программирование | 1 | |
| 9 | Линейные неравенства, линейное программирование | 1 | |
| 10 | Аналитические методы расчёта угла между прямыми в многогранниках | 1 | |
| 11 | Аналитические методы расчёта угла между плоскостями в многогранниках | 1 | |
| 12 | Формула расстояния от точки до плоскости в координатах | 1 | |

| | | | |
|----|--|---|---|
| 13 | Нахождение расстояний от точки до плоскости в кубе | 1 | |
| 14 | Нахождение расстояний от точки до плоскости в правильной пирамиде | 1 | |
| 15 | Контрольная работа "Аналитическая геометрия" | 1 | 1 |
| 16 | Сечения многогранников: стандартные многогранники | 1 | |
| 17 | Сечения многогранников: метод следов | 1 | |
| 18 | Сечения многогранников: стандартные плоскости, пересечения прямых и плоскостей | 1 | |
| 19 | Параллельные прямые и плоскости: параллельные сечения | 1 | |
| 20 | Параллельные прямые и плоскости: расчёт отношений | 1 | |
| 21 | Параллельные прямые и плоскости: углы между скрещивающимися прямыми | 1 | |
| 22 | Перпендикулярные прямые и плоскости: стандартные пары перпендикулярных плоскостей и прямых, симметрии многогранников | 1 | |
| 23 | Перпендикулярные прямые и плоскости: теорема о трех перпендикулярах | 1 | |
| 24 | Перпендикулярные прямые и плоскости: вычисления длин в многогранниках | 1 | |
| 25 | Повторение: площади многоугольников, формулы для площадей, соображения подобия | 1 | |

| | | | |
|----|--|---|---|
| 26 | Повторение: площади многоугольников, формулы для площадей, соображения подобия | 1 | |
| 27 | Повторение: площади многоугольников, формулы для площадей, соображения подобия | 1 | |
| 28 | Площади сечений многогранников: площади поверхностей, разрезания на части, соображения подобия | 1 | |
| 29 | Площади сечений многогранников: площади поверхностей, разрезания на части, соображения подобия | 1 | |
| 30 | Контрольная работа "Повторение: многогранники, сечения многогранников" | 1 | 1 |
| 31 | Объём тела. Объем прямоугольного параллелепипеда | 1 | |
| 32 | Задачи об удвоении куба, о квадратуре куба; о трисекции угла | 1 | |
| 33 | Стереометрические задачи, связанные с объёмом прямоугольного параллелепипеда | 1 | |
| 34 | Прикладные задачи, связанные с вычислением объёма прямоугольного параллелепипеда | 1 | |
| 35 | Объём прямой призмы | 1 | |
| 36 | Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов прямой призмы | 1 | |
| 37 | Прикладные задачи, связанные с объёмом прямой призмы | 1 | |
| 38 | Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём наклонной | 1 | |

| | | | |
|----|--|---|---|
| | призмы | | |
| 39 | Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём пирамиды | 1 | |
| 40 | Формула объёма пирамиды. Отношение объёмов пирамид с общим углом | 1 | |
| 41 | Формула объёма пирамиды. Отношение объёмов пирамид с общим углом | 1 | |
| 42 | Стереометрические задачи, связанные с объёмами наклонной призмы | 1 | |
| 43 | Стереометрические задачи, связанные с объёмами пирамиды | 1 | |
| 44 | Прикладные задачи по теме "Объёмы тел", связанные с объёмом наклонной призмы | 1 | |
| 45 | Прикладные задачи по теме "Объёмы тел", связанные с объёмом пирамиды | 1 | |
| 46 | Применение объёмов. Вычисление расстояния до плоскости | 1 | |
| 47 | Контрольная работа "Объём многогранника" | 1 | 1 |
| 48 | Цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности | 1 | |
| 49 | Цилиндр. Прямой круговой цилиндр. Площадь поверхности цилиндра | 1 | |
| 50 | Коническая поверхность, образующие конической поверхности. Конус | 1 | |
| 51 | Сечение конуса плоскостью, параллельной плоскости основания | 1 | |
| 52 | Усечённый конус. Изображение конусов и | 1 | |

| | | | |
|----|---|---|--|
| | усечённых конусов | | |
| 53 | Площадь боковой поверхности и полной поверхности конуса | 1 | |
| 54 | Площадь боковой поверхности и полной поверхности конуса | 1 | |
| 55 | Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, построением сечений цилиндра, конуса | 1 | |
| 56 | Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, построением сечений цилиндра, конуса | 1 | |
| 57 | Прикладные задачи, связанные с цилиндром | 1 | |
| 58 | Прикладные задачи, связанные с цилиндром | 1 | |
| 59 | Сфера и шар | 1 | |
| 60 | Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Вид и изображение шара | 1 | |
| 61 | Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Вид и изображение шара | 1 | |
| 62 | Уравнение сферы. Площадь сферы и её частей | 1 | |
| 63 | Симметрия сферы и шара | 1 | |
| 64 | Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, связанные со сферой и шаром, построением их сечений плоскостью | 1 | |
| 65 | Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, связанные со сферой и шаром, | 1 | |

| | | | |
|----|---|---|---|
| | построением их сечений плоскостью | | |
| 66 | Прикладные задачи, связанные со сферой и шаром | 1 | |
| 67 | Повторение: окружность на плоскости, вычисления в окружности, стандартные подобия | 1 | |
| 68 | Различные комбинации тел вращения и многогранников | 1 | |
| 69 | Задачи по теме "Тела и поверхности вращения" | 1 | |
| 70 | Задачи по теме "Тела и поверхности вращения" | 1 | |
| 71 | Контрольная работа "Тела и поверхности вращения" | 1 | 1 |
| 72 | Объём цилиндра. Теорема об объёме прямого цилиндра | 1 | |
| 73 | Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла. Объём конуса | 1 | |
| 74 | Площади боковой и полной поверхности конуса | 1 | |
| 75 | Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов цилиндра, конуса | 1 | |
| 76 | Прикладные задачи по теме "Объёмы и площади поверхностей тел" | 1 | |
| 77 | Объём шара и шарового сектора. Теорема об объёме шара. Площадь сферы. Стереометрические задачи, связанные с вычислением объёмов шара, шарового сегмента и шарового сектора | 1 | |
| 78 | Прикладные задачи по теме "Объёмы тел", связанные с объёмом шара и площадью сферы. | 1 | |

| | | | |
|----|--|---|---|
| | Соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел | | |
| 79 | Подобные тела в пространстве. Изменение объёма при подобии. Stereометрические задачи, связанные с вычислением объёмов тел и площадей поверхностей | 1 | |
| 80 | Контрольная работа "Площади поверхности и объёмы круглых тел" | 1 | 1 |
| 81 | Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений | 1 | |
| 82 | Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой | 1 | |
| 83 | Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера | 1 | |
| 84 | Геометрические задачи на применение движения | 1 | |
| 85 | Контрольная работа "Векторы в пространстве" | 1 | 1 |
| 86 | Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Параллельность прямых и плоскостей в пространстве" | 1 | |
| 87 | Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Векторы в пространстве" | 1 | |
| 88 | Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация | 1 | |

| | | | |
|----|---|---|---|
| | знаний: "Векторы в пространстве" | | |
| 89 | Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Объем многогранника" | 1 | |
| 90 | Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Объем многогранника" | 1 | |
| 91 | Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Площади поверхности и объёмы круглых тел" | 1 | |
| 92 | Обобщающее повторение 11 понятий и методов курса геометрии 10–11 классов, систематизация знаний: "Площади поверхности и объёмы круглых тел" | 1 | |
| 93 | Итоговая контрольная работа | 1 | 1 |
| 94 | Итоговая контрольная работа | 1 | 1 |
| 95 | Повторение, обобщение и систематизация знаний | 1 | |
| 96 | История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий | 1 | |
| 97 | История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий | 1 | |
| 98 | История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий | 1 | |

| | | | |
|-------------------------------------|---|-----|---|
| 99 | История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий | 1 | |
| 100 | История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий | 1 | |
| 101 | История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий | 1 | |
| 102 | История развития стереометрии как науки и её роль в развитии современных инженерных и компьютерных технологий | 1 | |
| ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ | | 102 | 8 |

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА

Математика. Геометрия, 11 класс/ Мерзляк А.Г., Номировский Д.А., Поляков В.М.; под редакцией Подольского В.Е., Общество с ограниченной ответственностью Издательский центр «ВЕНТАНА-ГРАФ»; Акционерное общество «Издательство «Просвещение»

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

1. Математика. Геометрия: 10-11 – е классы: углубленный уровень: учебник/Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев –
2. Математика. Геометрия: 10-11 – е классы: углубленный уровень: учебник/Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев – М.: Просвещение, 2023
3. Контрольно-измерительные материалы. Геометрия. 10-11 класс/Сост. А. Н. Рурукин. – 2-е изд., перераб. – М.: ВАКО, 2020
4. Дидактические материалы по геометрии для 10-11 класса/ Зив Б. Г.. – 2-е изд. – М.: Просвещение. 2019

ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ

1. <http://school-collection.edu.ru/>
2. Библиотека ЦОК <https://m.edsoo.ru/>
3. элективные курсы по математике <http://metodist.lbz.ru/iumk/mathematics/ec.php>
4. интегрированные проекты по математике и информатике <http://metodist.lbz.ru/iumk/informatics/ec.php>
5. Коллекция интерактивных мультимедиа-компонентов для работы на интерактивной доске «Математика: стереометрия, 10-11 классы для

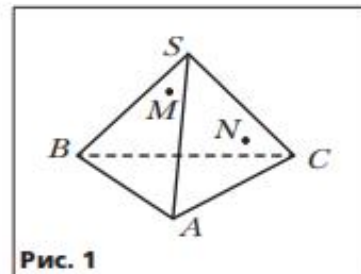
КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Контрольная работа № 1

Тема. Аксиомы стереометрии и следствия из них.
Начальные представления о многогранниках

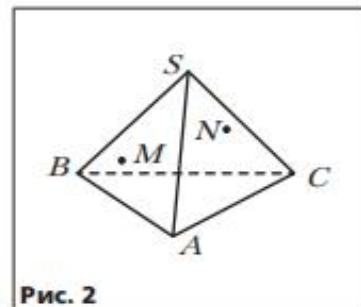
Вариант 1

1. Даны точки A , B и C такие, что $AB = 12$ см, $BC = 19$ см, $AC = 7$ см. Сколько плоскостей можно провести через точки A , B и C ? Ответ обоснуйте.
2. Плоскость α проходит через вершины A и D параллелограмма $ABCD$ и точку O пересечения его диагоналей. Докажите, что прямая BC лежит в плоскости α .
3. Точки M и N принадлежат соответственно граням SAB и SAC пирамиды $SABC$ (рис. 1). Постройте точку пересечения прямой MN с плоскостью ABC .
4. Постройте сечение пирамиды $SABC$ плоскостью, проходящей через точки D , E и F , принадлежащие соответственно рёбрам AB , BC и SC , причём прямые DE и AC не параллельны.
5. Точка M принадлежит ребру CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Постройте прямую пересечения плоскостей $A_1 DM$ и $D_1 B_1 A$.



Вариант 2

1. Даны точки M , N и K такие, что $MN = 23$ см, $MK = 14$ см, $NK = 13$ см. Сколько плоскостей можно провести через точки M , N и K ? Ответ обоснуйте.
2. Точки D и E — соответственно середины сторон AB и BC треугольника ABC . Плоскость α проходит через точки B , D и E . Докажите, что прямая AC лежит в плоскости α .
3. Точки M и N принадлежат соответственно граням SAB и SBC пирамиды $SABC$ (рис. 2). Постройте точку пересечения прямой MN с плоскостью ABC .



4. Постройте сечение призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью, проходящей через точки M , K и N , принадлежащие соответственно рёбрам AB , BC и CC_1 , причём прямые MK и AC не параллельны.
5. Точка K принадлежит ребру AD куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Постройте прямую пересечения плоскостей $B_1 D_1 K$ и $A_1 C_1 B$.

Контрольная работа № 2

Тема. Параллельность в пространстве

Вариант 1

1. Точки M , N , P и Q — середины отрезков BC , BD , AD и AC соответственно, $AB = 14$ см, $CD = 18$ см (рис. 5). Определите вид четырёхугольника $MNPQ$ и вычислите его периметр.
2. Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точках M и K соответственно и параллельна стороне AC , $MK = 4$ см, $MB : MA = 2 : 3$. Найдите сторону AC треугольника.

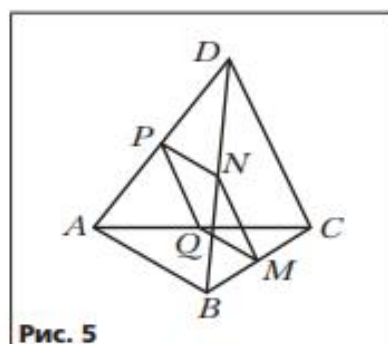


Рис. 5

3. Треугольник ABC является изображением правильного треугольника $A_1 B_1 C_1$ (рис. 6). Постройте изображение высоты треугольника $A_1 B_1 C_1$, опущенной на сторону $A_1 C_1$.

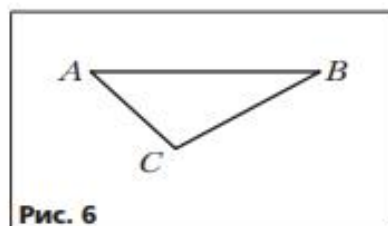


Рис. 6

4. Плоскости α и β параллельны. Из точки M , не принадлежащей этим плоскостям и не находящейся между ними, проведены два луча. Один из них пересекает плоскости α и β в точках A_1 и B_1 , а другой — в точках A_2 и B_2 соответственно. Найдите отрезок $B_1 B_2$, если он на 2 см больше отрезка $A_1 A_2$, $MB_1 = 7$ см, $A_1 B_1 = 4$ см.
5. Точки A , B и C , не лежащие на одной прямой, являются параллельными проекциями трёх последовательных вершин правильного шестиугольника. Постройте изображение этого шестиугольника.
6. На рёбрах AD и AB тетраэдра $DABC$ отметили соответственно точки F и K так, что $AF : FD = 2 : 5$ и $BK : KA = 1 : 6$. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точку K параллельно прямым BD и CF . В каком отношении секущая плоскость делит ребро CB ?

Вариант 2

1. Точки F , M , N и C — середины отрезков BS , DB , AD и AS соответственно, $SD = 30$ см, $AB = 36$ см (рис. 7). Определите вид четырёхугольника $FMNC$ и вычислите его периметр.

2. Плоскость β пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках N и D соответственно и параллельна стороне BC , $AD = 6$ см, $DN : CB = 3 : 4$. Найдите сторону AC треугольника.

3. Треугольник MNK является изображением правильного треугольника $M_1N_1K_1$ (рис. 8). Постройте изображение биссектрисы треугольника $M_1N_1K_1$, проведённой из вершины M_1 .

4. Плоскости α и β параллельны. Через точку M , находящуюся между этими плоскостями, проведены две прямые. Одна из них пересекает плоскости α и β в точках A_1 и B_1 , а другая — в точках A_2 и B_2 соответственно. Найдите отрезок A_1A_2 , если он на 1 см меньше отрезка B_1B_2 , $MA_2 = 4$ см, $A_2B_2 = 10$ см.

5. Точки A , B и O , не лежащие на одной прямой, являются соответственно параллельными проекциями двух вершин квадрата и его центра. Постройте изображение этого квадрата.

6. На рёбрах DC и BC тетраэдра $DABC$ отметили соответственно точки N и K так, что $DN : NC = 2 : 3$ и $BK : KC = 4 : 1$. Постройте сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точку N параллельно прямым DB и AK . В каком отношении секущая плоскость делит ребро AD ?

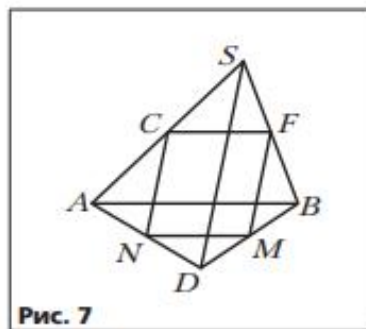


Рис. 7

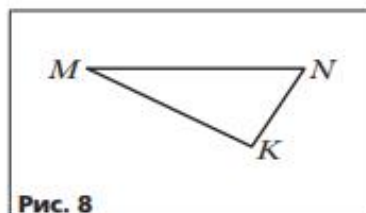


Рис. 8

Контрольная работа № 3

Тема. Перпендикулярность прямой и плоскости

Вариант 1

1. На рисунке 13 изображена трапеция $ABCD$, у которой боковая сторона AB перпендикулярна основаниям AD и BC . Через вершину B проведена прямая BF , перпендикулярная прямой BC . Докажите, что прямая BC перпендикулярна плоскости ABF .

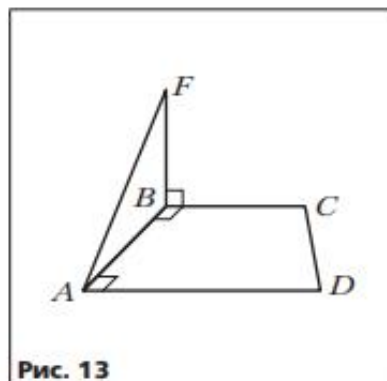


Рис. 13

2. Точка F находится на расстоянии $5\sqrt{3}$ см от каждой вершины квадрата $ABCD$, сторона которого равна 10 см. Найдите расстояние от точки F до плоскости квадрата.

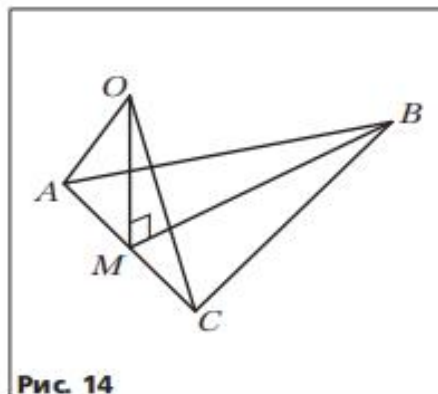
3. Через вершину D прямоугольника $ABCD$ к его плоскости проведён перпендикуляр DE . Точка E удалена от стороны AB на 10 см, а от стороны BC — на 17 см. Найдите диагональ прямоугольника, если $DE = 8$ см.

4. Основание и боковая сторона равнобедренного треугольника равны 120 см и 68 см соответственно. Точка A находится на расстоянии 25 см от каждой прямой, содержащей сторону треугольника. Проекцией точки A на плоскость треугольника является точка, принадлежащая этому треугольнику. Найдите расстояние от точки A до плоскости треугольника.

5. Через вершину A равностороннего треугольника ABC проведена прямая DA , перпендикулярная плоскости треугольника. Вычислите угол между прямыми DB и AC , если $AB = 6$ см, $DA = 8$ см.

Вариант 2

1. На рисунке 14 изображён равнобедренный треугольник ABC ($AB = BC$), точка M — середина стороны AC . Через точку M проведена прямая MO , перпендикулярная прямой BM . Докажите, что прямая BM перпендикулярна плоскости AOC .
2. Точка K находится на расстоянии 4 см от каждой вершины правильного треугольника ABC . Найдите сторону треугольника, если точка K удалена от плоскости ABC на 2 см.
3. Через вершину A прямоугольника $ABCD$ к его плоскости проведён перпендикуляр AP . Найдите расстояние от точки P до прямой CD , если $BC = 12$ см, $BD = 13$ см, а точка P удалена от прямой BC на $\sqrt{106}$ см.
4. Основание равнобедренного треугольника и проведённая к нему высота равны 36 см и 24 см соответственно. Точка B находится на расстоянии 12 см от плоскости треугольника и равноудалена от прямых, содержащих стороны треугольника. Проекцией точки B на плоскость треугольника является точка, принадлежащая этому треугольнику. Найдите расстояние от точки B до сторон треугольника.
5. Через вершину C квадрата $ABCD$ проведена прямая MC , перпендикулярная плоскости квадрата. Вычислите угол между прямыми AC и MD , если $AC = MC = 2$ см.



Контрольная работа № 4

Тема. Угол между прямой и плоскостью.

Угол между плоскостями.

Перпендикулярные плоскости

Вариант 1

1. Из точки D , которая лежит вне плоскости α , проведены к этой плоскости наклонные DK и DB , образующие с ней углы 45° и 60° соответственно. Найдите проекцию наклонной DK на плоскость α , если $DB = 10\sqrt{3}$ см.
2. Угол между плоскостями треугольников ABC и ABD равен 45° . Треугольник ABC — равносторонний со стороной $4\sqrt{3}$ см, треугольник ABD — равнобедренный, $AD = BD = \sqrt{14}$ см. Найдите отрезок CD .
3. Концы отрезка, длина которого равна $5\sqrt{5}$ см, принадлежат двум перпендикулярным плоскостям. Расстояния от концов этого отрезка до линии пересечения плоскостей равны 5 см и 8 см. Найдите расстояние между основаниями перпендикуляров, опущенных из концов отрезка на линию пересечения плоскостей.
4. Через гипотенузу прямоугольного равнобедренного треугольника проведена плоскость, которая образует с плоскостью треугольника угол 45° . Найдите углы, которые образуют катеты треугольника с этой плоскостью.
5. Грань CC_1B_1B призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольником. Угол между прямой CB_1 и плоскостью AA_1B_1B равен α . Найдите угол между плоскостями CC_1B и AA_1B , если $CB = 5$ см, $BB_1 = 12$ см.
6. На рёбрах C_1B_1 и C_1D_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отметили соответственно точки M и N так, что $C_1M : MB_1 = 2 : 1$, $C_1N : ND_1 = 1 : 4$. Площадь треугольника AMN равна площади грани $ABCD$. Найдите угол между плоскостями AMN и ABC .

Вариант 2

1. Из точки K , которая лежит вне плоскости α , проведены к этой плоскости наклонные KA и KB , образующие с ней углы 45° и 30° соответственно. Найдите проекцию наклонной KB на плоскость α , если $KA = 8\sqrt{6}$ см.
2. Угол между плоскостями треугольников ABC и AKC равен 30° , $AC = 24$ см, $BC = BA = 8\sqrt{3}$ см, $KC = KA = 15$ см. Найдите отрезок BK .
3. Концы отрезка, длина которого равна 16 см, принадлежат двум перпендикулярным плоскостям. Расстояния от концов этого отрезка до линии пересечения плоскостей равны 8 см и $8\sqrt{2}$ см. Найдите углы, которые образует отрезок с данными плоскостями.
4. Через сторону правильного треугольника проведена плоскость, которая образует с плоскостью треугольника угол 30° . Найдите синусы углов, которые образуют две другие стороны треугольника с этой плоскостью.
5. Грань AA_1BB_1 призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольником. Угол между прямой AB_1 и плоскостью B_1BC_1C равен α . Найдите угол между плоскостями CC_1B и AA_1B , если $AB = 6$ см, $BB_1 = 8$ см.
6. На рёбрах CD и DD_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отметили соответственно точки M и K так, что $CM : MD = 3 : 1$, $D_1K : KD_1 = 1 : 2$. Площадь треугольника B_1MK равна площади грани ABB_1A_1 . Найдите угол между плоскостями B_1MK и ABB_1A_1 .

Контрольная работа № 5

Тема. Многогранники

Вариант 1

1. Боковое ребро прямой четырёхугольной призмы равно 6 см, её основание — прямоугольник, одна из сторон которого равна 12 см, а диагональ — 13 см. Найдите площадь полной поверхности призмы.
2. Сторона основания правильной треугольной пирамиды равна 6 см, а высота пирамиды — $\sqrt{13}$ см. Найдите:
 - 1) боковое ребро пирамиды;
 - 2) площадь боковой поверхности пирамиды.
3. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной усечённой пирамиды, стороны оснований которой равны 10 см и 18 см, а боковое ребро — 5 см.
4. Основанием треугольной пирамиды является равнобедренный треугольник с основанием a и углом α при вершине. Двугранные углы пирамиды при рёбрах основания равны β . Найдите:
 - 1) площадь боковой поверхности пирамиды;
 - 2) высоту пирамиды.
5. В наклонной треугольной призме, боковое ребро которой равно 6 см, проведено сечение, перпендикулярное боковому ребру. Это сечение является равнобедренным треугольником, боковая сторона которого равна $2\sqrt{3}$ см, а угол при вершине — 120° . Найдите площадь боковой поверхности призмы A .
6. На рёбрах AD , CD и BC тетраэдра $DABC$ отметили соответственно точки M , N и K так, что $AM : MD = 2 : 1$, $CN : ND = 4 : 3$, $CK : KB = 2 : 5$. В каком отношении плоскость MNK делит ребро AB ?

Вариант 2

1. Боковое ребро прямой треугольной призмы равно 12 см, её основание — прямоугольный треугольник, катеты которого равны 3 см и 4 см. Найдите площадь полной поверхности призмы.
2. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна 2 см, а высота пирамиды — $\sqrt{15}$ см. Найдите:
 - 1) боковое ребро пирамиды;
 - 2) площадь боковой поверхности пирамиды.
3. Найдите площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной усечённой пирамиды, стороны оснований которой равны 18 см и 34 см, а боковое ребро — 17 см.
4. Основанием треугольной пирамиды является равнобедренный треугольник с боковой стороной a и углом α при основании. Двугранные углы пирамиды при рёбрах основания равны β . Найдите:
 - 1) площадь боковой поверхности пирамиды;
 - 2) высоту пирамиды.
5. В наклонной треугольной призме, боковое ребро которой равно 8 см, проведено сечение, перпендикулярное боковому ребру. Это сечение является равнобедренным треугольником, боковая сторона которого равна 4 см, а угол при вершине — 90° . Найдите площадь боковой поверхности призмы.
6. На ребрах BD , CD и AB тетраэдра $DABC$ отметили соответственно точки M , N и E так, что $BM : MD = 3 : 1$, $CN : ND = 1 : 6$, $AE : EB = 1 : 9$. В каком отношении плоскость MNE делит ребро AC ?

Контрольная работа № 6

Тема. Итоговая

Вариант 1

1. Точка M равноудалена от всех сторон квадрата со стороной 6 см и находится на расстоянии 9 см от плоскости квадрата. Найдите расстояние от точки M до сторон квадрата.
2. Точка A находится на расстоянии 9 см от плоскости α . Наклонные AB и AC образуют с плоскостью α углы 45° и 60° соответственно. Найдите расстояние между точками B и C , если угол между проекциями наклонных равен 150° .
3. Через вершину B треугольника ABC , в котором $AB = BC = 34$ см, $AC = 32$ см, проведён перпендикуляр DB к плоскости треугольника. Найдите угол между плоскостями ABC и ADC , если $DB = 20$ см.
4. Основанием прямого параллелепипеда является ромб со стороной a и острым углом α . Большая диагональ параллелепипеда наклонена к плоскости основания под углом β . Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.
5. Основание пирамиды $MABCD$ — квадрат, боковые грани BCM и DCM перпендикулярны плоскости основания пирамиды, $MB = 13$ см, $MC = 12$ см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
6. Основанием пирамиды является правильный треугольник, сторона которого равна $4\sqrt{3}$ см. Каждая боковая грань образует с плоскостью основания угол, равный 45° . Найдите высоту пирамиды.

Вариант 2

1. Точка F равноудалена от всех вершин прямоугольника со сторонами 12 см и 16 см и находится на расстоянии 5 см от плоскости прямоугольника. Найдите расстояние от точки F до вершин прямоугольника.
2. Точка K находится на расстоянии 4 см от плоскости α . Наклонные KA и KB образуют с плоскостью α углы 45° и 30° соответственно, а угол между наклонными равен 135° . Найдите расстояние между точками A и B .
3. Через вершину C треугольника ABC , в котором $AC = BC$, проведён перпендикуляр KC к плоскости треугольника. Найдите угол между плоскостями ABC и ABK , если $AB = 12$ см, $AK = 10$ см, $KC = 2$ см.
4. Основанием прямого параллелепипеда является ромб со стороной a и острым углом α . Меньшая диагональ параллелепипеда наклонена к плоскости основания под углом β . Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.
5. Основание пирамиды $MABCD$ — квадрат, боковые грани ADM и CDM перпендикулярны плоскости основания пирамиды, $MD = 12$ см, $MA = 15$ см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
6. Основанием пирамиды является правильный треугольник. Каждая боковая грань образует с плоскостью основания угол, равный 60° . Высота пирамиды равна 6 см. Найдите сторону основания пирамиды.

